

DIFICULTADES QUE CONDUCEN A ERRORES EN EL APRENDIZAJE DEL LENGUAJE ALGEBRAICO EN ESTUDIANTES DE TERCER AÑO DE EDUCACIÓN MEDIA GENERAL



IRMA RODRÍGUEZ

Magíster en Educación Matemática
Universidad de Carabobo
iemaru73@gmail.com

AURA TORREALBA

Magíster en Educación Matemática
Universidad de Carabobo
aurarosatorrealba@hotmail.com

Recibido: 08/03/2016

Aceptado: 25/07/2016

Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo determinar las dificultades que conducen a los estudiantes a cometer errores en el aprendizaje del lenguaje algebraico. Se orientó bajo la clasificación de las dificultades y errores de Soca (2007) y la categorización de los errores algebraicos de Saucedo (2007). El desarrollo del mismo se basó en una metodología cuantitativa, con enfoque de una investigación descriptiva. Para estudiar el problema se tomó en cuenta una muestra de veintiún (21) matriculados en la sección "U" del Tercer año de Educación Media en el en el Núcleo Escolar Rural N° 50 ubicado geográficamente en Tinaquillo estado Cojedes. Para la recolección de los datos se utilizó la prueba pedagógica escrita, por su fácil aplicación. El instrumento estuvo conformado por cuarenta y seis (46) ítems. Este instrumento fue previamente validado mediante la técnica de juicio de expertos y su confiabilidad probada mediante la aplicación del coeficiente de Kuder-Richardson, el cual obtuvo un 0,65 de confiabilidad, luego se realizó la interpretación de los resultados. Se observó la dificultad asociada a la ruptura, la dificultad asociada a los procesos de desarrollo cognitivo y errores en Conocimiento inadecuado, errores con origen en la aritmética, datos mal utilizados, clasificados por Socas (2007) y error conceptual y de prerrequisitos en la categorización de Saucedo (2007)

Palabras clave: lenguaje algebraico, dificultades y errores

DIFFICULTIES RESULTING IN ERRORS IN ALGEBRAIC LANGUAGE LEARNING IN THIRD YEAR OF GENERAL MEDIA EDUCATION STUDENTS

Abstract

This work aims at determining students' difficulties to make mistakes in learning the algebraic language. It is based on Socas' classification of the difficulties and errors (2007) and Saucedo's categorization of algebraic errors (2007). It was developed by a descriptive research quantitative methodology. The sample was 21 students enrolled in the "U" third year in Secondary Education in Number 50 Rural School Nucleus, located in Tinaquillo, Cojedes state. A pedagogical written test was used to collect the data, structured of 46 items, validated by technical expert judgments, and whose reliability was proven by applying Kuder-Richardson coefficient (0.65). The results observed were a difficulty associated with rupture, a difficulty associated with the processes of cognitive development, errors for inadequate knowledge, arithmetic error, misused data, by Socas' classification; and conceptual and prerequisite errors, on Saucedo's.

Keywords: algebraic language, difficulties and errors



ARJÉ. Revista de Postgrado FaCE-UC. Vol. 11 N° 20. Enero- Junio 2017/ pp.416-438

ISSN-e 2443-4442 , ISSN-p 1856-9153

Dificultades que conducen a errores en el aprendizaje del lenguaje algebraico en...

Irma Rodriguez y Aura Torrealba

Introducción

Actualmente, en la Educación Media General se están llevando a cabo cambios trascendentales, cuyo punto focal es desarrollar el aprendizaje idóneo del estudiante, el docente es protagonista de las situaciones que podrían frenar las dificultades del pensamiento científico de los educandos. Por tanto, la comprensión del estudiante en el aula se debe abordar con mayor énfasis para favorecer la acción educativa.

El aprendizaje del estudiante está ligado a una serie de factores tanto externos como internos, sin embargo, es conveniente reflexionar acerca de lo que se entiende por aprendizaje, tomando como base las capacidades y experiencias previas del alumno, se define como el conjunto de actividades que éstos realizan para lograr adquirir nuevas conductas o modificar las que ya poseen, ante determinadas situaciones. Éstas pueden ser intelectuales, psicomotrices, afectivas o de relación.

Los cambios pueden ser tanto positivos como negativos, esto es, por ejemplo si aprende a ejecutar las diferentes operaciones aritméticas o no logra diferenciarlas, su conducta será diferente a como era antes, de igual manera con otro contenido. Se presentan en esta investigación algunos de los resultados de un trabajo realizado cuyo objetivo general es determinar las dificultades que conducen a los escolares (12-17 años) de educación secundaria a cometer errores en un conocimiento matemático.

Planteamiento del problema y formulación del

problema

La Matemática desde el inicio de la humanidad ha representado una ciencia con gran valor de significación cultural contemplada como la disciplina universal evolutiva. En la sociedad actual, se tienen expectativas pedagógicas de adquisición de conocimiento y aplicación cotidiana por parte de todos los ciudadanos, Principios y Estándares para la Educación Matemática emanados de la National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (Marín y Lupiáñez, 2005)

Sin embargo, la educación sistemática presenta serias dificultades para alcanzar las expectativas sociales, en materia de formación matemática escolar. Esta deficiencia pedagógica se manifiesta cuando el docente intenta transmitir contenidos fundamentales y el educando no logra apropiarse de ese conocimiento. Hecho que termina evidenciado en el bajo rendimiento e índices de reprobados, que son notorios en la disciplina numérica y en todos los niveles de la educación sistemática.

Cabe considerar que la situación anterior, es una preocupación generalizada a escala mundial es decir, hasta en los estados más desarrollados se evidencian las deficiencias en el aprendizaje de la matemática. Estas debilidades en la educación matemática a nivel escolar, se evidencia en los resultados reportados por organizaciones internacionales de evaluación educativa. (PISA, 2010).

En ese sentido, un informe emitido por la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO, 2010), de un

estudio en ocho (8) países americanos, muestra que en el área de Matemática, en promedio, 50,6% de los educandos no saben interpretar y tampoco emplear algoritmos, fórmulas, procedimientos o conversiones matemáticas elementales, mientras que sólo 1,3% de los educandos se encuentra ubicado en los niveles más altos.

Los datos anteriores se relacionan con la preocupación similar en otras naciones del mundo, como es el caso de España, la cual aparece en la cola de los países desarrollados en las evaluaciones internacionales, con resultados educativos "no satisfactorios", principalmente en una área crítica como lo es la Matemática, asignatura imprescindible en el pensum de estudio en cualquier país del mundo, nunca queda fuera. (UNESCO, ob. cit.)

En cuanto a la comprensión lectora y matemática, reporta el informe del Programa Internacional de Evaluación de Educandos (PISA, 2010), que 23% y 21% de los educandos españoles en edades de 15 años, revela que son incapaces de alcanzar el nivel básico, hace referencia a la insuficiente formación de los docentes, los programas educativos fuera de lugar con contenidos inapropiados, escasas horas en las áreas de Lengua y Matemática.

Este escenario en conjunto con las cifras señaladas inquietan a docentes, investigadores y administradores del campo de la educación sistemática escolar de España. Se observa que, aunque el gobierno esté aplicando políticas de Estado en torno al evento, éstas no están funcionando o no

se están aplicando los correctivos necesarios para mejorar los innumerables problemas de ineficiencia que aquejan al sistema educativo español. (PISA, ob. cit.)

Asimismo, en la lista comparativa entre 41 países que participaron en el Programa Internacional de Evaluación de Educandos (PISA, 2010), es alarmante la ubicación alcanzada por las naciones del continente americano, además de la escasa participación en el programa, solamente se cuenta a Canadá como la única en obtener puntaje por encima de la media, E.E.U.U aparece por debajo de la media y México tiene los peores resultados ocupando el último lugar.

Sobre la base de las consideraciones anteriores, Venezuela no ha participado en las mediciones y evaluaciones internacionales y, por tanto, está fuera de esas referencias. Sin embargo, los indicadores nacionales y los reportes de investigación en materia de educación matemática señalan que no hay exención del fenómeno y por el contrario todo parece indicar que la ineficiencia de la matemática escolar no es diferente a lo detectado en los países hermanos de Latinoamérica.

Entre las referencias nacionales está la Asociación Venezolana de Competencias Matemática (ACM) la cual está encargada de realizar las Olimpiadas Juvenil de Matemática a nivel nacional como proyecto propuesto por el Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia (CENAMEC). De manos de la ACM, en Maracaibo el 26 de junio del año 2010 se realizó la Fi-

nal Nacional de las Olimpiadas de Competencias Juveniles de Matemática.

Esta asociación dio premiación en los grados de 1^{er} año a 5^o de educación media, los ganadores recibieron medallas de oro, plata y bronce, como incentivo al logro. En el marco de esta justa se evidenció el insignificante número de educandos con dominio adecuado en la Matemática de su nivel de escolaridad ya que la clasificación y participación fue muy reducida demostrando que los alcances y capacidades en esta materia es poco atractivo. (ACM, 2010)

Llama poderosamente la atención que en Venezuela, un país con una población estudiantil de aproximadamente siete (7) millones de venezolanos integrando el sistema educativo nacional en los niveles de pre-escolar, básica y secundaria no logra una significativa convocatoria y participación de educandos en la justa de matemática y que el número de los ganadores no alcancen ni 0,01% de la población. (Briceño, 2010)

Al respecto, es de resaltar que entre los estados con mayor población, el Distrito Capital obtuvo la mayor cantidad de medallas seguido de Zulia a pesar de ser sede de la competencia, lo sigue Miranda y los demás estados lograron entre una a tres medallas de oro. Es decir, entre casi 7 millones de educandos no se alcanzó a superar las 80 medallas de oro a nivel nacional que son los indicadores de excelencia en formación matemática escolar. (ACM, 2010)

En las competencias internacionales los indicado-

res de éxito de venezolanos son aun más reducidos. En la Olimpiada Internacional de Matemáticas (OIM) se obtuvo una medalla de oro, cuatro de plata, cinco de bronce y cuatro menciones honoríficas. En todas las participaciones anteriores en la IMO, en los años 1981,1982, 1989, 1997, 1998, hasta 1999, Venezuela no había logrado premiación alguna. (Sánchez Lamonedá y Salazar, 2005)

En una revisión superficial de las pruebas aplicadas en las Olimpiadas de Matemática Venezolana deja entrever, a groso modo, que uno de los contenidos exigidos directa o indirectamente con mayor frecuencia y aplicación en todos los niveles de la competencia fue el algebraico, dado que este conceptual involucra las operaciones aditivas, las leyes de los signos, los procesos de resolución de problemas, las relaciones entre los números, etc.

En estas Olimpiadas Matemáticas se reportan errores conceptuales y procedimentales relativos al contenido de Álgebra. También, se detectaron omisiones y confusiones en procesos de pensamiento, fallas y deficiencias de inferencia, transferencia y aplicación de conocimientos básicos relativos a la adición; lo cual fue un conflicto pedagógico determinante a la hora de enfrentar exitosamente la interpretación y la resolución de problemas matemáticos. (Rodríguez, 2010)

Siguiendo la idea anterior, el tránsito de la aritmética al álgebra produce en el estudiante unas contradicciones conceptuales que conllevan a la ruptura entre ambos contenidos. En tal sentido, Martí-

nez (2003) afirma que las deficiencias en dichas operación son muy notorias en los aspectos cognitivos (de atención, de comprensión lectora, razonamiento, de la capacidad para activar conocimientos previos, etc.). La investigación deja ver que el educando trae consigo conflictos de aprendizaje previos.

En referencia a estos hallazgos, la investigadora en su experiencia profesional en su recorrido por varias instituciones, ha observado patrones de deficiencias, errores y omisiones en la aplicación de las reglas involucradas en el Álgebra, utilizadas en la solución de ejercicios o problemas matemáticos. Además, cuando se le presenta operaciones con expresiones algebraicas, los educandos recurren a repetir lo que hicieron en otros ejercicios de forma mecánica. Es común encontrar reiterados errores y confusiones en ejercicios sencillos de suma algebraica de números. Esta deficiente comprensión es frecuente en los trabajos escolares de los educandos, de cualquier año de la Educación Media.

En general, se ha reportado que en la universidad es común la tendencia a confundir las reglas aplicadas en la suma algebraica con las reglas aplicadas en la de multiplicación (Gómez, 2000). En ese sentido, también otros investigadores ha reportado que una gran cantidad de educandos de 2° año (en ese entonces 8° grado) no son capaces de efectuar operaciones simples con números enteros, con particular debilidad cuando las operaciones involucran el cero.

Se reportan frecuentes respuestas erróneas en ope-

raciones con números enteros y, al respecto, se asevera que éstas son debidas a la reacción operacional automática evidenciando poca comprensión operacional y mínima capacidad para razonar, analizar e interpretar un problema matemático, mucho menos algebraico. Aun cuando la mayoría de los educandos logra superar año tras año la escolaridad de la Educación Básica con rendimiento de regular a bueno. (Martínez, 2003)

De allí que en el Liceo Nacional Bolivariano Aguirre de Tinaquillo estado Cojedes no se escapa de esta realidad nacional. Se evidencia en Tercer año de Educación Media General que los estudiantes presentan dificultades y errores en las operaciones algebraicas y se presume que ellos se deben a una inadecuada interpretación del lenguaje algebraico. Por lo cual, es probable que éstos se puedan atribuir a dificultades y a errores en su aprendizaje.

De la argumentación anterior se desprende la siguiente pregunta de investigación: ¿Qué dificultades conducen a los estudiantes a cometer errores en el aprendizaje del lenguaje algebraico? Esta interrogante constituye una guía teleológica de este estudio.

Objetivos de la investigación

Objetivo general

Determinar las dificultades que conducen a los estudiantes a cometer errores en el aprendizaje del lenguaje algebraico en estudiantes de Tercer año de Educación Media General Liceo Nacional Bolivariano Aguirre.

Objetivos específicos

Identificar las dificultades en el aprendizaje del lenguaje algebraico en estudiantes de Tercer año de Educación Media General.

Identificar los errores en el aprendizaje del lenguaje algebraico en estudiantes de Tercer año de Educación Media General.

Establecer las dificultades que conducen a los estudiantes a cometer errores en el aprendizaje del lenguaje algebraico en estudiantes de Tercer año de Educación Media General.

Justificación del estudio

Esta investigación es relevante por atender un problema de la Educación Matemática en Venezuela, en la cual se ha observado un número elevado de educando que llega al 1er año sin haber comprendido el uso correcto de las operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicar y dividir), más aun la relación con el lenguaje algebraico. Sigue un camino por la secundaria con lo que se llama "mala base", repercutiendo hasta que se encuentra cursando los estudios universitarios.

En este aspecto se presentan graves errores en conceptos, operaciones y procedimientos en el lenguaje algebraico, en los subsiguientes niveles –medio y superior- este podría ser un obstáculo para que siga avanzando en el aprendizaje de otros contenidos matemáticos. Los errores no constituyen simples olvidos o equivocaciones momentáneas, este fenómeno de comprensión anómala es una verdadera crisis didáctica en los niveles de Educación Media y Universitaria.

El tipo de ayuda que se espera dar a los y las educandos, es la disminución de las dificultades y errores presentados el lenguaje algebraico, bien sean netamente numéricas o algebraicas. Esta misma obtenida desde el comienzo de la vida académica del educando, es decir, en la educación primaria, llevando consigo estos errores como algo válido, hasta que pueden reconocer que están errados y donde la luz del verdadero conocimiento, para aquellos que logran entenderlo.

Marco teórico

Antecedentes del estudio

En efecto, los escolares han estudiado las operaciones aditivas como parte imprescindible en la aritmética básica (adición de numerales) y son prerrequisitos esenciales para contenidos superiores; sin embargo, cuando comienza la introducción del álgebra (adición con literales) se produce un conflicto didáctico, el educando presenta dificultades, obstáculos y por ende aparece el aprendizaje erróneo y la comprensión anómala.

Con referencia a lo anterior al educando, se le presenta el conflicto didáctico posiblemente a que ha utilizado letras (símbolos alfabéticos) en la aritmética para expresar las distintas unidades de medidas o para aplicar formulas, generalmente geométricas. Los distintos significados como variables, como incógnitas o como abreviaturas que tienen la letra en el ámbito algebraico, no se comprenden de forma natural; antes bien, dicha comprensión viene obstaculizada por los conocimientos aritméticos previos.

Al respecto, la comunidad científica de educación matemática ha venido trabajando y presentando hallazgos sobre esta temática, se observa como la mayoría de las investigaciones se centran en el área de la aritmética como acceso al Álgebra. En cuanto a las dificultades de los estudiantes en el tránsito de la aritmética al álgebra, está *Esquina (2009)*, quien afirma que ambas tienen propósitos diferentes, sin embargo en el estudio del álgebra está fundamenta sus bases en la aritmética para el aprendizaje significativo de la primera.

No obstante la aritmética en secundaria no representa dificultad alguna en su operatividad a diferencia del álgebra como herramienta nueva en los educandos que deben aprender a usar para continuar con su aprendizaje matemático. De la idea anterior, esta autora considera que la dificultad expuesta en los educandos en el estudio del álgebra, es el traslado de la aritmética al álgebra, además debe existir una madurez formal de la misma para que sea posible su generalización.

De igual manera, otro autor que concuerda con lo referido anteriormente es *Garriga (2011)*, su investigación tuvo como objeto analizar la dificultades en el lenguaje algebraico, afirma que la dificultades son atribuibles, en parte, a las propias capacidades del educando, pero también hay que atribuir las a las dificultades inherentes a las propias matemáticas y a la forma en que los profesores organizan el proceso de enseñanza y aprendizaje del álgebra.

Este autor admite que una parte del problema del

álgebra reside en su peculiaridad sintáctica y semántica, en los conceptos, procedimientos, relaciones y operaciones entre expresiones algebraicas así estas características hacen que se convierta en dificultades de comprensión de los estudiantes. Por ello que se llega a errores atribuidos a la confusión de las letras, donde los escolares observan que son incógnitas que hay que calcular y no es vista como funciones.

Otro trabajo es el de *Cid y Bolea (2010)*, sobre los números negativos en un entorno algebraico, significando que para acceder al álgebra se deben relacionar contenidos aritméticos y geométricos en la construcción de un pensamiento algebraico. Afirmando que las posiciones en la recta y los desplazamientos a derecha e izquierda, justifica la regla de los signos. Una vez que los escolares se han familiarizado con esta regla, se inicia el estudio del álgebra.

Cabe agregar, así mismo el hecho que se definan reglas de cálculos, para sumando y sustrayendo, no significa que estos objetos tengan que ser considerados solo para efectuar operaciones con números, es decir se aplica también a operaciones aditivas con ecuaciones algebraicas o expresiones algebraicas, siendo el caso más específico. El estudiante tendría una herramienta para engranar un nuevo conocimiento en su vida académica.

En cuanto al aprendizaje del álgebra, se tiene a *Otonello, Veliz y Ross, (2011)*, estos autores al realizar el estudio para saber que estrategias metacognitivas ubica el estudiantes para el aprendizaje del álgebra,

encontraron hallazgos en cuanto al índice de actividad en el desempeño en general muy bajo. Esto muestra la necesidad de implementar estrategias metacognitivas a fin de favorecer en ellos el desarrollo de habilidades que contribuya al proceso de aprender a aprender en el educando.

Por ello varios autores han investigado sobre las dificultades y errores por ejemplo, *Osorio (2011)* pudo constatar algunas dificultades cuando el estudiante realiza operaciones diferentes a la aditiva; la operación "suma" se le hace fácil, el detalle está cuando se trata de poner en juego varias operaciones. La multiplicación la realiza por medio de la resolución de sumando. En otros casos busca estimar su resultado por medio de ensayo y error, y lo más extremo es que otros sujetos no llegan a determina el resultados.

Con referencia a lo anterior está el estudio de *Amaya y Gulfo (2011)*. Estos autores realizaron una investigación sobre los errores de los estudiantes en el trabajo pre-algebraicos, notándose que la mayoría de los mismos era porque los escolares daban prioridad primero a las operaciones aditivas que multiplicativa o porque colocaban números que no estaban en la expresión, llamado errores de entrada a la operación realizada, es decir, si tenían que multiplicar, adicionaban, otro error era colocar un resultado inventado.

Otro de los errores era la omisión de signos, realizar cálculos correctamente y al final no colocar el signo correspondiente a la operación, es decir ignorar el signo, como es el caso en una diferencia y no tener

en cuenta el negativo en ese particular, desarrollando una red o cadena de errores. Aunque los estudiantes eligieron un algoritmo correcto, presentaron errores en el proceso de resolución, donde la mayoría de los errores se debieron a la prioridad que los educando a las operaciones de sumandos.

Estos estudiantes en otros ejercicios, realizaron primero la suma o resta antes que la multiplicación, aunque la potenciación si la realizaron primero, dándole prioridad. Los errores de operación fueron constante en todo el proceso, hacían actividades para remediarlos y volvía a aparecer de la misma manera o de otra diferente, pero siempre aparecía. Concluyendo que persistiría un error de entrada y, por ende, una red de errores.

Por otra parte, *Ulloa, Nesterova y Yakhno (2011)* realizaron investigaciones sobre dificultades que enfrentan los estudiantes en matemática en la comprensión del lenguaje cotidiano hacia el proceso de traducción al lenguaje matemático. Se observó que en estudiantes con mayor nivel académico en Matemática, aun cuando confunde los términos propios del lenguaje matemático, emplean herramientas del lenguaje materno para obtener la solución de un problema a pesar de que no puedan construir de manera estrictamente algebraicas.

En cambio estudiantes de nivel bajo en los resultados de la evaluación de conocimientos matemáticos, no pueden obtener la solución del problema planteados. Los autores manifiestan que los estudiantes presentaron un enorme obstáculos episte-

mológico cuando al emplear signos o símbolos únicamente con función indicativa, no pueden construir de manera estrictamente algebraica la solución y la hacen empleando herramientas del lenguaje materno.

Cabe destacar que en otra investigación, realizada por Rodillo (2011), se afirma que el análisis lingüístico es la base de un estudio cognitivo completo, también se detectó una tipología de errores en la solución de problemas de la geometría Euclidiana, la cual consta de tres grupos de acuerdo con las características esenciales de esta materia y al factor lingüístico y lo clasificó en relación a los procesos de traducción entre los diferentes códigos del lenguaje matemático.

En dicha investigación se comprobó la existencia de obstáculos para los educando cuando traducían dos códigos, la representación de cada uno de ellos y los procesos de traducción entre ellas. Tal es el caso de términos como “bisectriz”, “mediatriz”, “equidistar”, circunscrito”, “inscrito”, “semi-inscrito”, y los sintagmas que se forman con ellos en la representación verbal (“punto equidistante de dos rectas”, “cuadrilátero circunscrito a una circunferencia”, etc.).

Estos investigadores afirman que en su experiencia educativa, los educandos se limitan a memorizar un conjunto de criterios y técnicas que, de estar, contextualizada tendrían mucho más significado en su enseñanza. Siendo el aprendizaje significativo, si se acompaña de problemas cotidianos como una herramienta de ayuda a la hora de

afianzar una clase de cualquier contenido, esto se aplica para cualquier material matemático del pensum educativo.

Por ello el educando lleva una apropiación errónea de la potenciación y la radicación, debido a que no tienen una clara apreciación de un concepto preciso de ambos temas. Los antecedentes anteriores llevan a pensar que la enseñanza de la Matemática se transforma en un dilema entre el profesor y el educando, cuando el docente observa educandos reprobados debido a que el educando no logró captar el tema dado. Los jóvenes se predisponen en cuando a que no comprenden y creen que esto es para siempre.

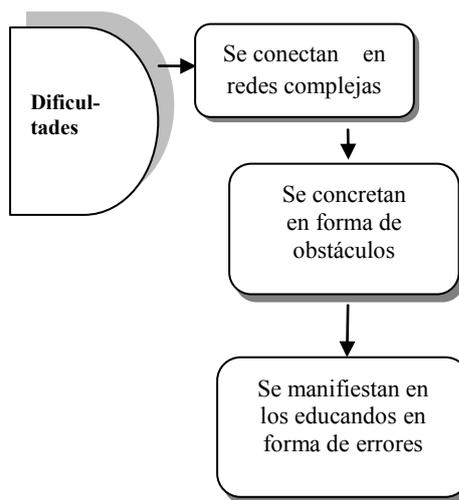


Gráfico 1. Dificultades-obstáculos-errores. Esquema extraído de Socas (2007)

Bases teóricas

Dificultades y errores en el aprendizaje del álgebra

Dificultades en el álgebra: Socas (2007)

Dificultades asociadas a las rupturas que se dan necesariamente en relación a los modos de pensamiento matemático, se puede indicar a mo-

do de ejemplo, dentro del pensamiento numérico: la transición de lo natural a lo entero, de lo natural a lo decimal, de lo racional a lo irracional, o la transición del Pensamiento Numérico al Pensamiento Algebraico, etc.

Dificultades asociadas a los procesos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje de las matemáticas. Estas dificultades tienen procedencias distintas: la institución escolar, el currículo de Matemáticas y los métodos de enseñanza.

Dificultades asociadas a los procesos de desarrollo cognitivo de los educandos, conocer los estadios generales del desarrollo intelectual, representado cada uno de ellos por un modo característico de razonamiento y por unas tareas específicas de Matemáticas que los educandos son capaces de hacer, constituyen una información valiosa para los profesores a la hora de diseñar el material de enseñanza.

Dificultades asociadas a actitudes afectivas y emocionales hacia la matemática, se relacionan con los sentimientos de tensión y miedo de los educandos hacia ellas. Sin lugar a duda muchos son los aspectos que influyen en esta aversión. Por ejemplo, la naturaleza jerárquica del conocimiento matemático, la actitud de los profesores de Matemáticas hacia sus educandos, los estilos de enseñanza y las actitudes y creencias hacia las Matemáticas que les son transmitidas.

Las dificultades, por tanto, pueden abordarse desde varias perspectivas según se ponga énfasis en uno u otro elemento: desarrollo cognitivo de los educan-

dos, currículo de matemáticas y métodos de enseñanza. Las dificultades presentadas en términos generales dadas en el proceso de enseñanza aprendizaje, viene acompañada por un segundo aspecto que tiene que ver en la organización de los errores: *Los obstáculos*. Un obstáculo se manifiesta por los errores que no son debidos al azar.

Errores en el álgebra. Es imprescindible destacar que el "deber ser", es que el estudiante internalice en sus estructuras cognitivas aquel cúmulo de saberes que el docente pretende que él aprenda, a través de la aplicación, justificación y explicación teórica, para la demostración o solución de las tareas. Pero, sucede que si el anterior proceso no se da de forma correcta, entonces ocurrirá que el educando tendrá en sus estructuras cognitivas una representación mental incorrecta e inadecuada, por lo que al momento de emplearlas en físico las reflejará en un conocimiento matemático erróneo.

Siguiendo las consideraciones anteriores, se puede afirmar que en el ámbito de la educación matemática, los errores aparecen permanentemente en las producciones de los educandos por ello que las dificultades de distinta naturaleza que se generan en el proceso de aprendizaje se conectan y refuerzan en redes complejas que obstaculizan el aprendizaje, y estos obstáculos se manifiestan en la práctica en forma de respuestas equivocadas. (Socas, 1997)

En este sentido, el cognitivismo sostiene que la mente del educando no es una página en blanco, el educando tiene un conocimiento anterior que le parece

suficiente y establece en su mente cierto equilibrio. Por ello, la principal razón para que se produzca la asimilación del nuevo conocimiento es que éste debe tener significado para el educando, para lo cual, ha de responder a las preguntas que él mismo se ha formulado.

La Clasificación de Errores, se abordará el estudio de los errores tomando como referencia el marco teórico descrito en Socas (2007) y en relación a la Categorización de errores algebraicos, Saucedo (2007)

Clasificación de los errores. Esquema extraído de Socas (2007)

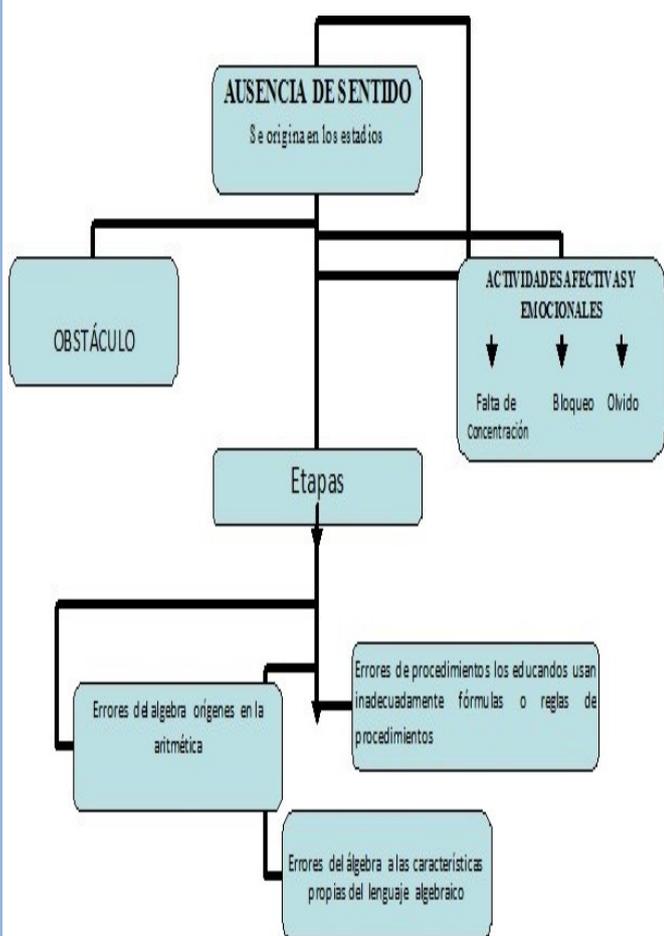


Gráfico 2. Clasificación de los errores. Esquema extraído de Socas (2007)

Errores que tienen origen en un obstáculo. Otra característica de los errores es que son predecibles. Si se conoce el ambiente o la situación (el medio didáctico en el cual el obstáculo fue construido como conocimiento) es posible identificar qué tipo de errores son los que van a aparecer. Porque precisamente los obstáculos son un conocimiento que el educando ha construido, correcta o incorrectamente.

Errores que tienen origen en la ausencia de sentido. Los errores que tienen su origen en una ausencia de sentido se originan en los distintos estadios de desarrollo (semiótico, estructural y autónomo) que se dan en los sistemas de representación, por lo que podemos diferenciarlos en tres etapas distintas:

Errores que tienen su origen en la aritmética: Errores del álgebra que tienen su origen en la aritmética. Para entender la generalización de las relaciones y procesos se requiere que éstos antes hayan sido asimilados en el contexto aritmético

Errores de procedimientos: Errores de procedimiento en virtud de los cuales los educandos usan de manera inapropiada fórmulas o reglas de procedimiento.

Errores debido a la mala interpretación del lenguaje matemático: Errores del álgebra debidos a las características propias del lenguaje algebraico. Ejemplos de este tipo de error son el sentido del signo igual en álgebra y la sustitución formal.

Errores que tienen origen en actitudes afectivas y emocionales. Los errores que tienen su origen

en actitudes afectivas y emocionales tienen distinta naturaleza: faltas de concentración (excesiva confianza), bloqueos, olvidos, etc. El error es posible en todo proceso de adquisición y consolidación de conocimientos. El conocimiento humano es falible, se halla siempre presente la posibilidad de que conceptos y procedimientos deficientemente desarrollados, y aún completamente equivocados, sean considerados como verdaderos.

En relación a la Categorización de errores algebraicos, Saucedo (2007) los clasifica en:

Primera categorización:

Error conceptual: Los estudiantes intentan aplicar el procedimiento apropiado tal como es requerido por el concepto, pero produce errores al llevar a cabo los pasos necesarios. Ejemplos: error al factorizar el polinomio; error al aplicar la propiedad distributiva de la potencia respecto a la suma; errores de conocimientos específicos, por ejemplo definición de potencia de exponente fraccionario; asociaciones incorrectas.

Error de pre-requisito: Los estudiantes intentan resolver el problema pero producen el primer error en una deficiencia de un concepto previamente discutido

Segunda categorización:

Datos mal utilizados: se incluyen aquí, los casos en que se añaden datos extraños, se olvida algún dato necesario para la solución, se asigna a una parte de la información un significado inconsistente con el enunciado,

se utilizan los valores numéricos de una variable para otra distinta, se hace una lectura incorrecta del enunciado.

Interpretación incorrecta del lenguaje: se incluyen aquí los casos de errores debido a una traducción errónea de conceptos o símbolos matemáticos, dados en lenguaje simbólico a otro lenguaje simbólico distinto (designar un concepto por un símbolo que designa a otro concepto y operar con el mismo en su uso convencional). A veces se produce también una interpretación incorrecta de símbolos gráficos como términos matemáticos y viceversa. Desconexión entre lo analítico y gráfico.

Empleo incorrecto de propiedades y definiciones: aquí se consideran los errores que se cometen por deformación de un principio, regla o definición determinada: aplicar la propiedad distributiva a una operación o función no lineal; cita o escritura errónea de una definición, teorema o fórmula identificable.

Errores al operar algebraicamente: sumar, restar, multiplicar, etc. Expresiones algebraicas y al transponer términos.

No verificación de resultados parciales o totales: se incluyen los errores que se presentan cuando cada paso en la realización de la tarea es correcto, pero el resultado final no es la solución de la pregunta planteada; si el alumno hubiese contrastado la solución con el enunciado tal vez el error habría podido evitarse.

Errores lógicos: en este grupo se incluyen los

errores que se cometen por falacias de razonamiento. Justificaciones inadecuadas. Explicaciones ilógicas.

Errores técnicos: en esta categoría se consideran los errores de cálculo, errores al transcribir datos del temario

Términos básicos del álgebra

Garriga (2011) indica términos básicos del álgebra a conocer por los estudiantes de educación secundaria los siguientes:

El papel de las letras: En aritmética, las letras son abreviaturas de sustantivos o de unidades de medida, o bien son valores variables generales que deben ser sustituidos por números concretos en las formulas. En álgebra, son incógnitas cuyo valor numérico concreto debe ser hallado en las ecuaciones, o bien son variables que pueden tomar muchos valores en las expresiones algebraicas abiertas como los polinomios o las funciones.

El tamaño de los números involucrados: En aritmética, se pueden saber si el número es grande o es pequeño según el número de cifras y las características de las cifras. En Álgebra, el tamaño de los números no se puede deducir a partir de los símbolos utilizados. Una letra puede representar a un número que puede ser muy grande o muy pequeño.

Composición de los elementos básicos: En aritmética, se componen números de varias cifras a partir de unos Diez números que existen. El orden de las cifras de los números es estricto y siempre se escribe ceros en las posiciones en las que no haya unida-

des de los tamaños correspondientes a dichas posiciones. En Álgebra, se componen polinomios a partir del infinito números de monomios que puede haber. Los monomios de los polinomios admite diferentes ordenaciones (de mayor a menor, de menor a mayor, desordenados,...) y los monomios con coeficientes nulos no se deben escribir.

El papel del signo: En aritmética, el signo de igualdad significa que hay que ejecutar una serie de operaciones con cantidades expresadas a la izquierda del signo de igualdad. Dichas operaciones llevarán a un resultado numérico concreto que se escribirá a la derecha de dicho signo de igualdad. En Álgebra, el signo igual representa que hay una relación de igualdad entre dos cantidades que están expresadas de forma a la izquierda y a la derecha del signo de igualdad.

Los signos + y -: En aritmética, el signo + y el signo - lleva siempre al cálculo de un nuevo resultado final que sustituye respectivamente a los dos sumandos o al minuendo y al sustraendo. En Álgebra, el signo + y el signo - llevan o bien a una expresión similar si los términos son semejantes (por ejemplo: $2x+3x=5x$) o bien no admiten una fórmula más simple (por ejemplo: $2x+3y$).

El signo del producto: En aritmética, el punto se tiene que escribir para indicar el producto entre dos números, para indicar los miles en la notación tradicional europea y para indicar los decimales en la notación anglosajona típicas de calculadoras. También se utiliza el signo x, como alternativa al punto, para expresar el producto de dos números.

En Álgebra, nunca se utiliza el signo \times , para denotar el producto puesto que se podría confundir con la letra x , que es habitualmente utilizada en todo tipo de expresión algebraica.

Ausencia de signos entre dos entes: En aritmética, la ausencia de signos operacional entre dos números significa que son cifras diferentes de un mismo número, expresados en bases de 10. Así, por ejemplo, "56" significa "5 decenas y 6 unidades". En Álgebra, la ausencia de símbolo operacional entre dos letras o entre números y letras significa que se trata, respectivamente, del producto de tales dos letras o el producto de números y letras

La técnica de suma y resta: En aritmética, la suma y la resta tienen cada su algoritmo propio para ser realizada y se basa en el valor de los dígitos y de las posiciones ocupadas por los dígitos. Además, las operaciones realizadas en cada posición pueden verse influida por las realizadas en la posición o posiciones anteriores. En álgebra, la suma y la resta se basa en la semejanza de los monomios implicados. Asimismo, las operaciones realizadas entre términos semejantes no son influenciadas por los demás términos que no son semejantes a ellos.

El resultado de la multiplicación: En aritmética, el resultado del producto de dos números se obtiene aplicando directamente un único algoritmo que se enseña en la escuela. En Álgebra, hay que ordenar el resultado obtenido para obtener el resultado de un producto de dos monomios, colocando primero el producto de los signos y de los

números e ir escribiendo a continuación los productos de las potencias de las mismas bases.

Propiedad distributiva del producto respecto a la suma: En la aritmética, la propiedad distributiva del producto a la suma no suele aplicarse, salvo como tarea enunciada explícitamente en el ámbito escolar, puesto que dificulta el cálculo. En álgebra, la aplicación de la propiedad distributiva del producto a la suma es esencialmente para la multiplicación de las expresiones algebraicas.

Potencias: En aritmética, las potencias afectan al número como conjunto formado por una sucesión ordenada de dígitos. En álgebra, las potencias afectan a cada uno de los elementos de la expresión algebraica.

Significado de la fracción: En aritmética, una fracción puede representar una división entre dos números, o parte de una totalidad, o una relación de proporcionalidad entre dos cantidades, o el resultado de una medida, o el resultado de un reparto, o un operador que actúa sobre una cantidad de magnitud. En Álgebra, una fracción solo representa una división entre dos expresiones algebraicas.

Adiciones algebraicas: En la suma de números algebraicos (Garza y otros, 1984) se presentan dos casos:

oPrimer caso: Que los sumandos tengan igual signo. Para sumar dos números algebraicos, de igual signo, se suman los valores absolutos, a dichos números, conservando el signo

Segundo caso: Que los sumando tenga diferentes

signos. Para sumar dos números algebraicos de diferentes signos, se restan los valores absolutos y el resultado tendrá el signo del número mayor valor absoluto.

Adición de dos números enteros: En la adición de números enteros (Chávez y León, 2003) se observan dos casos diferentes:

o Suma de dos enteros de igual signo: La suma de dos números enteros, ambos con el mismo signo, se obtiene sumando el valor absoluto y colocando a esta suma el mismo signo de los sumandos.

Suma de enteros de diferentes signos: La suma de dos enteros con diferente signo, se obtiene restando del de mayor valor absoluto el de menor valor absoluto, y a esta diferencia se le coloca el signo del mayor valor absoluto.

Operaciones aritméticas: se conocen un total de siete operaciones aritméticas: suma o adición, resta o sustracción, multiplicación, división, potenciación, radicación y logaritmación, misma que se clasifican en operaciones de composición o directas y operaciones de descomposición o inversas. (Chávez y León, 2003).

Marco metodológico

Tipo de investigación

El presente trabajo de investigación está enfocado bajo una metodología cuantitativa, entendiéndose ésta, según Hernández, Fernández y Baptista (1997), como aquella investigación en la cual se describe el problema en forma real. Así mismo, se enmarcó en la modalidad descriptiva, se buscó describir aspectos característicos distintos y parti-

culares de las dificultades y errores en el aprendizaje en el lenguaje algebraico. (Finol de Franco y Camacho, 2006).

En los estudios descriptivos no se manipulan variable, pero están orientados a conocer situaciones, costumbres y actitudes predominantes, a través de la descripción precisa de las actividades, objetos, procesos y personas. Por ello se considera el abordaje metodológico más adecuado para el caso de realizar una descripción de las dificultades que conducen a los estudiantes a cometer errores en el aprendizaje del lenguaje algebraico en estudiantes de Tercer año.

Diseño de investigación

El diseño de investigación indica un procedimiento a seguir, el investigador, en atención al problema selecciona el plan o estrategia a seguir, concebida por el indagador para darle respuestas a las preguntas, objetivos e hipótesis de la investigación, en este caso dificultades que conducen a los estudiantes a cometer errores en el aprendizaje del lenguaje algebraico en estudiantes de Tercer año.

En esta investigación es conveniente un diseño de Campo, no experimental, transeccional, ya que, según Corral y otros (2012), los estudios no experimentales no manipulan variables y “se observan los fenómenos tal cual se dan en su contexto natural y luego se analizan” (p. 42). Así mismo, es transeccional porque se recogió la información en un único momento del evento. ***Población y muestra***

Esta investigación se desarrolló en el LNB “Aguirre”, ubicado en Aguirre, se labora en el

turno de la tarde con grados de 1er año hasta 5to año con una matrícula pequeña, para el año escolar 2014-2015 estuvo compuesta en su totalidad por 105 estudiantes. Contando con un máximo de estudiantes por grado entre 20 a 35 estudiantes. El grado que se tomó para el estudio constó de un sustancioso número de educandos, es decir, una de las secciones con mayor cantidad de escolares.

Para esta investigación, se seleccionó una población que es la totalidad de los estudiantes del Tercer año "U" de Educación Media General en el Liceo Nacional Bolivariano "Aguirre" ubicado geográficamente en Tinaquillo Estado Cojedes, considerando este enfoque se deriva que la población es finita y está conformada por 33 estudiantes matriculados en la sección. Siendo uno de los grados con mayor índice de escolares

Es importante señalar que se realizó una prueba piloto con el propósito de estimar la confiabilidad, a 10 sujetos de la población que no formaron parte de la muestra definitiva. Para el momento de la investigación, la muestra estuvo conformada por 21 educandos matriculados en la sección "U" del Tercer año de Educación Media General en el LBN "Aguirre". Constituyéndose una muestra intencional de aproximadamente de 64% de la población total.

Técnicas e instrumentos de recolección de información

En esta investigación la recogida de datos se trabajó con la técnica de la prueba pedagógica. Según Sierra (2004), "es aquella que permite medir

el logro de un objetivo específico y/o competencias de los estudiantes en un proceso de instrucción y/o enseñanza aprendizaje" (p. 72). Sierra añade que esta técnica se materializa a través de seis tipos instrumentos: prueba objetiva, prueba de ensayo, prueba oral, prueba práctica, prueba mixta y prueba grupal.

En la presente investigación se elaboró una prueba escrita, y el instrumento elaborado, fue dirigido a los estudiantes de Tercer año de Educación Media General La prueba escrita, consistió en preguntas y alternativas, en torno al lenguaje algebraico. El instrumento estuvo conformado por cuarenta y seis 46 ítems, para recabar la información requerida para el desarrollo de la presente investigación, que fueron evaluadas bajo los criterios de: correcta, incorrecta y no contestó.

Validez y confiabilidad

La validez a considerar fue la *validez de contenido*, para Corral (2009), este tipo de validez "se refiere al grado en que un instrumento refleja el dominio del contenido que se quiere medir, se trata de determinar hasta dónde los ítems o reactivos de un instrumento son representativos" (p. 230).

El procedimiento frecuentemente empleado se conoce con el nombre de juicio de expertos y método más empleado es el de Agregados Individuales. Para los autores citados, el procedimiento a seguir es el siguiente:

Selección de Expertos: En el área temática en estudio (atendiendo las variables o categorías)

Cada uno de los expertos deberá recibir información

acerca de: Título de la investigación, objetivos, operacionalización de variables, dimensiones e indicadores, para conocer el basamento teórico que sirve de sustento al estudio

Presentar un formato de validación que le permite a cada experto escribir las observaciones o recomendaciones en cuanto a congruencia de cada ítem con indicadores, dimensiones, variables, con los objetivos. Además de la redacción de los ítem. Se recoge y analiza cada información aportada por el experto, buscando las coincidencias en las opiniones de éstos, así como las discrepancias. Si los evaluadores efectúan recomendaciones y solo existe coincidencias parcial entre ellos, el diseño del instrumento deberá reformularlo y proceder nuevamente a validarlo.

Se recomienda que el número de experto sea impar; sin embargo, más que el número, lo importante radica en la experiencia y conocimiento del evaluador en relación con el contenido o tema que se investiga.

Para la validación fue empleada la técnica de juicio de expertos, para lo cual se le pidió la colaboración de cuatro (4) expertos en el área de Matemática a quienes se les entregó el instrumento (Anexo B), el título de la investigación, los objetivos, la tabla de especificaciones y la hoja de registro de validación, en estas últimas se plasmaron las opiniones de los expertos los cuales dieron su opinión con relación a la estructura, redacción y pertinencia de los ítems.

Para estimar la confiabilidad del instrumento se

realizó una prueba piloto con el propósito de estimar la confiabilidad, a 10 sujetos de la población que no formaron parte de la muestra definitiva. Se utilizó el coeficiente de Kuder-Richardson 20, Corral (2009) expresa que este método “permite obtener la confiabilidad a partir de los datos obtenidos en una sola aplicación del test” (p. 242).

En este caso particular se tiene que para la aplicación del coeficiente de Kuder-Richardson 20 para los estudiantes fue $Kr_{20} = 0,65$, lo que indica que el instrumento aplicado presenta una alta confiabilidad. Además, se muestra que los instrumentos se comprenden y los ítems funcionan adecuadamente, para su valiosa aplicación en esta investigación. (Ruiz, 2002; ver Anexo C)

Procedimientos

Atendiendo a las necesidades de la presente investigación los procedimientos son los pasos, la forma y manera como se conducirá la indagación. En concordancia con lo establecido en los objetivos planteados esta investigación se llevó a cabo en cuatro momentos. Para ello se consideraron los siguientes momentos.

- 1.- Se realizó una exhaustiva revisión bibliográfica, para la selección de los autores en los cuales se sustentaron los instrumentos.
- 2.- Se eligió la muestra en estudio.
- 3.- Se procedió a diseñar el instrumento de recolección de datos.
- 4.- Luego de su diseño, se procedió a la validación a través de la técnica de juicio de expertos y su confiabilidad comprobada a través de una prueba

piloto.

5.- Se aplicó el instrumento dirigido a identificar las dificultades e identificar los errores cometidos por los estudiantes por medio de la utilización de la estadística descriptiva, es decir, el porcentaje de las frecuencias de los datos obtenidos mediante el instrumento utilizado. Luego se procedió a la organización y tabulación de los datos obtenidos por medio de gráficos circulares

6.- Se estableció las dificultades en el aprendizaje del lenguaje algebraico en estudiantes de Tercer año de Educación Media General.

7.-Y se estableció errores en el aprendizaje del lenguaje algebraico en estudiantes de Tercer año de Educación Media General.

8.-Por último, se procedió a exponer las conclusiones y recomendaciones pertinentes, como resultado de la presente investigación.

Técnicas de análisis de datos

El análisis de datos se organizó por dimensión, la presentación de los resultados se realizó a través de cuadros (en tablas de frecuencia), representando el número de respuestas (frecuencias) y luego calculando el porcentaje que representan las respuestas de acuerdo con las dimensiones estudiadas. Así como procedimientos con la estadística descriptiva para visualizar estos datos se crearon gráficos circulares, con su respectivo análisis por dimensión en forma cuantitativa-descriptiva.

Conclusiones y recomendaciones

Conclusiones

El lenguaje algebraico debe partir del lenguaje

corriente de donde surgen los problemas en la aritmética, el cual es enseñado desde primer año de secundaria y que posteriormente se enfatiza en los grados siguientes. Los resultados de este estudio evidenciaron de manera directa la utilización de un pensamiento aritmético, pues se observa una etapa de transición de un pensamiento aritmético a un algebraico.

A partir de este último, el estudiante debe familiarizarse con letras que representan números particulares, otros signos específicos que constituyen operaciones. Al desarrollar este estudio en las dificultades y errores se generaron diversas reflexiones que por una parte llevan a reconocer que persisten algunas de las causas en cuanto a los errores identificados por Socas (2007) y Saucedo (2007) y por otra induce a buscar estrategias para prevenir y corregir los errores en que reinciden los estudiantes.

Las dificultades identificadas en el aprendizaje algebraica son vista como un problema que se debe en muchos casos al poco dominio de los distintos códigos del lenguaje matemático (verbal, simbólico, gráfico, numérico.) que se requieren para operar con los objetos matemáticos y expresar las relaciones entre ellos. Si un problema es expresado en forma verbal, el estudiante debe comprender la formulación en que está expresada, no en lenguaje cotidiano, sino en un lenguaje especializado.

Estos códigos matemáticos pueden diferir de sus conceptos en el lenguaje cotidiano, al algebraico.

De allí que se presenten esquemas cognitivos inadecuados, para Socas (2007), se toma como el que se presenta en los estudiantes que no pudieron haber hecho una transición acertada de la aritmética al álgebra, pues el álgebra hunde sus raíces en la operatividad aritmética, por ello es que se presentan dificultades notorias en los estudiantes.

En general, es por ello que gran parte de las dificultades de aprendizaje que se presentan en el álgebra se deben a deficiencias en el dominio de la aritmética, no hay duda de que entender el álgebra sin haber comprendido la aritmética es realmente imposible. Sin embargo, la particularización de expresiones matemáticas también hace un gran conflicto sino se tiene claro por ejemplo el caso de las definiciones y propiedades.

En esta investigación emergieron varias dificultades, entre ellas las *asociadas a la ruptura*. El estudiante no logra la transición del lenguaje natural al algebraico, cuando se manipulan con letras y poniendo en uso las reglas. Se observó que no se realiza un traslado de los conceptos de la aritmética al álgebra y se comprobó poco dominio en las nociones de adición con literales y en multiplicación de signos, esto debido a un esquema cognitivo inadecuado.

Existe una ruptura entre la aritmética y el álgebra sobre todo en el significado del signo igual, resultó paradójico que los estudiantes se olvidaron o obviaron la igualdad, no existió una relación entre un miembro y otro en ambos lados de la equidad, es algo sin importancia para ellos. Es notoria esta

dificultad en la gran mayoría de los problemas y tareas presentadas, en el instrumento de recolección de datos, esto debido a la dificultad existente en los procesos cognitivos del aprendizaje.

De igual manera al estudiante se le dificulta el uso de literales para representar números u otros objetos matemáticos. Sin embargo, se evidenció que pocos estudiantes fueron capaces de utilizar letras para comprender su valor como representación de cualquier número, observándose problemas de traducción del lenguaje natural al álgebra y que además posee una escasa apropiación de conocimientos previos trascendentales para la transición de una a la otra.

En la investigación se observó que los significados atribuidos a los conceptos algebraicos crean en el estudiante un miedo, debido a los insuficientes significados provenientes de los campos conceptuales aritméticos y de que no existe una pre-álgebra en la educación venezolana, sobre los cuáles se construye el nuevo conocimiento, el algebraico. De dicho miedo en los educandos surge la mencionada dificultad por ruptura, explicada anteriormente.

Otras de las dificultades fueron las *asociadas a los procesos de desarrollo cognitivo*, en este caso el problema sería cómo pasa un estudiante de un estado menor a un estado mayor de conocimiento, en esta investigación se asume que el conocimiento menor es la aritmética y el mayor es el álgebra. Donde el desarrollo intelectual constituye un proceso de adaptación y acomodación, en estas

etapas se observan diferentes estadios o periodos de desarrollo.

La dificultad se presenta cuando los educandos se limitan a memorizar un concepto en la aritmética; sin tomar en consideración técnica y criterios, ya que el supuesto conocimiento que tiene le ha sido útil en múltiples ocasiones. Diferente es cuando debe aplicar un conocimiento mayor, el álgebra, ya que tendrían mucho más significado para ellos si existiera la superación, implicando la adquisición de un conocimiento nuevo y mejor.

Finalmente estas dificultades se producen cuando la gran mayoría domina poco el lenguaje algebraico en toda su magnitud simbólica y operativa. Y esto se debe a que aún no ha desarrollado ese proceso cognitivo. Se tendría que modificar la mirada hacia el pensamiento lógico matemático desde temprana edad.

El error es una posibilidad que está presente en la construcción y consolidación del conocimiento, forma parte de las producciones de los alumnos durante su aprendizaje de las matemáticas. El error no es una falta de conocimiento y está basado sobre conocimientos adquiridos previamente, los cuales son válidos para determinado problema o tarea pero en otros son inválidos. Es importante señalar que el error no es un virus o una enfermedad que se puede evitar.

En cuanto a los errores se refiere, cabe destacar que la mayoría de los estudiantes incurrieron en el que tiene *origen en la aritmética* (Socas, 2007) y *el de pre-requisito* (Saucedo, 2007). En esta in-

vestigación están relacionados con cuestiones que han quedado sin resolver en la aritmética, por ejemplo, los educandos tiene dificultad para adicionar números enteros ya que no hay asimilación del nuevo conocimiento y al emerger el lenguaje algebraico ya no existe la preparación previa.

Se confirma que la ausencia de sentido o significado y de pre-requisito, que tienen los estudiantes acerca de la transición del lenguaje aritmético al formal algebraico es causa de errores. En esta transición se encuentra el uso de las letras, propiedades y reglas que constituyen una fuente importante de dificultades. Estas últimas hacen que emerjan los errores en los educandos como un conocimiento nuevo, el cual es válido en algunos casos, sin embargo cuando lo aplica en otro momento es inválido o errado.

Otros errores están relacionados con el uso incorrecto de las cuatro operaciones básicas de matemática, es decir el uso inadecuado de las reglas básicas al ejecutar las operaciones, debido a las insuficiencias de los conocimientos adquiridos en niveles de enseñanza anteriores. Fueron muy frecuentes los errores por la mala utilización e interpretación de los signos y por la distorsión de las operaciones.

Así mismo los estudiantes incurrieron en el *error conceptual* (Saucedo, 2007). Este error está relacionado con la manera que el estudiante se apropia inadecuadamente de los conceptos, definiciones, características y propiedades. Se observó en

la investigación que cuando trabaja con polinomios por ejemplo con la regla de la adición algebraica, la regla de la multiplicación de signo y potenciación no puede diferenciar las operaciones.

De lo anterior también se da el caso, que el educando no reconoce la invisibilidad del punto como operador del producto en la utilización de los signos de agrupación el cual es muy usado el paréntesis, de igual manera la invisibilidad del uno (1) como factor delante de un paréntesis como coeficiente, exponente, y denominador en un monomio, por lo que es evidente que se presente la confusión al operar algebraicamente cuando el estudiante no posee los conocimientos necesarios.

Otro error conceptual que se observó fue al realizar operaciones algebraicas, por ejemplo: $-(a-2b)+b$, los estudiantes siguen el procedimiento al igual que al resolver expresiones con operaciones combinadas, en la cual se efectúa de “adentro hacia afuera”, en primer lugar se resuelven los paréntesis, luego sigue el corchete y finalmente la llave. En el ejemplo arriba nombrado se produce un error al realizar incorrectamente la operación, tratando de crear una respuesta que al final es inválida.

De igual manera los estudiantes manifiestan una escasa habilidad operativa aditiva algebraica, aun conociendo la regla: “si los términos no son semejantes, no se pueden operar”, situación muy frecuente en la enseñanza, donde los alumnos parecen poseer el conocimiento conceptual pero son incapaces de transformarlo en una habilidad ope-

racional, situaciones muy frecuentes desde que se comienza el estudio del algebra y así comienzan las dificultades y por ende los errores en los escolares.

Tratando de contestar a la pregunta ¿Qué dificultades conducen a los estudiantes a cometer errores en el aprendizaje del lenguaje algebraico?, se observa que la dificultad más evidente fue la asociada a la ruptura es decir el estudiante no logra traducir fácilmente el lenguaje natural al algebraico. Además muchos errores tienen su origen en la ausencia de sentido ya que se encontró que los errores en que más incurren los educandos son el empleo incorrecto de propiedades y definiciones e interpretación incorrecta del lenguaje.

Esto motivado a la deficiencia que trae el estudiante en cuanto a la aritmética. Como se observa, la aritmética resulta una dificultad para el álgebra. La ruptura epistemológica del álgebra respecto de la aritmética, evidenciada en la investigación, señala como elementos fundamentales de esta quebradura a los sentidos del signo, la aplicabilidad del signo igual y la idea de variabilidad del símbolo algebraico frente a la particularidad del aritmético al realizar las operaciones y aplicar reglas necesarias.

En efecto, los estudiantes han utilizado letras en la aritmética para expresar las distintas unidades de medidas en el caso de unidades agrarias (hectárea, otros.) o de capacidad (litros, mililitros, otros.) o para aplicar fórmulas generalmente geométricas. Los significados (como variables, como incógni-

tas o como abreviatura) que tiene las letras en el ámbito algebraico no se comprende de forma natural, antes bien, dicha comprensión viene obstaculizada por los conocimientos aritméticos previos.

Se ha visto en la aritmética que las letras son generalmente abreviatura de unidades de medidas, o son valores variables que deben ser sustituidos por números concretos. En álgebra son incógnitas cuyo valor numérico concreto debe ser hallado, o bien son variables que pueden tomar muchos valores en las expresiones algebraicas abiertas como los polinomios o las funciones. Es evidente entonces que el trabajo algebraico se ve opacado por la falta de conocimientos previos de los estudiantes.

Se observa claramente que las dificultades en el aprendizaje de la Matemática son debidas a múltiples situaciones que se entrelazan entre sí y que van desde la naturaleza propia de la Matemática que se manifiesta en un simbolismo hasta los procesos de pensamientos en el paso de la aritmética al álgebra. Y aceptando que los errores más que un fracaso son una alternativa que ayudan al dominio significativo de los conceptos aritméticos, todo error puede ser comienzo de nuevo aprendizaje.

Se evidencia que los errores que cometen los alumnos no se deben al azar. De aquí que sea importante identificarlos para tratar de corregirlos en el ámbito aritmético y que no sean un problema añadido a la hora de introducir el álgebra. Éste, tiene procedencias distintas, la más notoria es la relacionada con las dificultades asociadas a la

complejidad de los objetos matemáticos, es decir al uso de letras en sustitución de números es decir el traslado del lenguaje natural o materno al lenguaje algebraico.

Referencias

- Amaya, T. y Gulfo, J. (2011). Errores de los estudiantes en el trabajo pre-algebraico. *Acta Latinoamericana de matemática educativa-ALME*, 24, (pp.105-114). Recuperado de: [http://www.clame.org.mx/documentos/alme24.pdf] [Consultado: 07/02/2016].
- Asociación Venezolana de Competencias Matemática (ACM). (2010). *Competencias matemáticas*. Venezuela. Recuperado de: [http://www.acm.org.ve/] [Consultado: 07/02/2016].
- Balestrini, M. (2002). *Como se elabora un proyecto de investigación*. Caracas: Consultores privados, servicio editorial.
- Briceño, A. (2010). *Venezuela el aula más grande del mundo*. Caracas, Venezuela: Ministerio del Poder Popular para la Educación.
- Chávez, C. y León, A. (2003). *La biblia de las matemáticas*. México: Letrarte.
- Cid, E. y Bolea, P. (2010). *Diseño de un modelo epistemológico de referencia para introducir los números negativos en un entorno algebraico*. Trabajo de grado no publicado. España: Universidad de Zaragoza.
- Corral, Y. (2009). Validez y confiabilidad de los instrumentos de investigación para la recolección de datos. *Revista ciencias de la educación*, 19 (33), (pp. 228-247).
- Corral, Y., Fuentes, N., Brito, N. y Maldonado, C. (2012). *Algunos tópicos y normas generales aplicables a la elaboración de proyectos y trabajos de grado y de ascenso*. Caracas, Venezuela: FEDUPEL.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano*. (M. Vega Restrepo, trad.). Cali, Colombia: Grupo de educación matemática.
- Esquina, A. (2009). *Dificultades de aprendizaje del lenguaje algebraico. Del símbolo a la formalización algebraica: Aplicación a la práctica docente*. Tesis Doctoral no publicada. España: Universidad Complense de Madrid.
- Finol de Franco, M. y Camacho, H. (2006). *El proceso de la investigación científica*. Maracaibo, Venezuela: EDILUZ.
- García, F. (2007). El álgebra como instrumento de modelización. Articulación del estudio de las relaciones funcionales en la educación secundaria. *Investigación en educación matemática*, XI, (pp. 71-90).
- Garriga, J. (2011). *El lenguaje algebraico: Un estudio con alumnos de tercer curso de educación secundaria obligatoria*. Tesis doctoral no publicada. España: Universidad de Zaragoza.
- Garza, M., Guerra, L., Rivera, P. y otros. (1984). *Algebra I 1er Semestre segunda parte Preparaduría* Núm. 15. México. Univer-

sidad Autónoma de Nuevo León. Recuperado de: [http://cdigital.dgb.uanl.mx/la/1020115159/1020115159.PDF] [Consultado: 07/02/2016].

Gómez, S. (2000). *Actitud hacia la matemática, habilidad numérica y capacidad para la resolución de problemas matemáticos según el sexo en educandos de la tercera etapa de educación básica de la E.B.N. "José Feliz Ribas"*. Trabajo de grado no publicado. San Juan de los Morros: Universidad "Rómulo Gallegos".

González, A. y Camacho, M. (2005). Sobre la comprensión en educandos. De matemáticas del concepto de integral impropia. Algunas dificultades, obstáculos y errores. *Enseñanza de las ciencias*, 23 (1), (pp. 81-96).

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (1997). *Metodología de investigación*. Colombia: McGraw-Hill.

Mayma, M. (2005). *EL Papel de la aritmética en la formación matemática de los educandos de educación básica*. Trabajo de grado no publicado. Maracay: Universidad Pedagógica Experimental Libertador.

Martínez, M. (2003). *Concepciones sobre la enseñanza de la resta: Un estudio en el ámbito de la formación permanente del profesorado*. Tesis no publicada. Bellaterra, España: Universidad Autónoma de Barcelona.

Molina, M. (2007). La integración de pensamiento algebraico en educación primaria. *Investigación En educación matemática XI*, (pp. 53-70). San Cristóbal de la Laguna, Tenerife: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.

Marín, A. y Lupiáñez, J. (2005). Los nuevos Principios y estándares del NTSC en castellano. *Suma*, (pp. 105-112). [Consultado: 07/02/2016].

Osorio, C. (2011). Dificultades para la construcción de un modelo algebraico de segundo orden a través de sucesiones, para definir el enésimo término. *Acta Latinoamericana de matemática educativa-ALME*, 24, (pp. 105-114).

Ottonello, M., Veliz, M. y Ross, S. (2011). Estrategias metacognitivas en el aprendizaje del álgebra. *Acta Latinoamericana de matemática educativa-ALME*, 24, (s/p).

Pérez, A. (2006). *Guía metodológica para proyectos de investigación*. Caracas, Venezuela: FEDUPEL.

Pérez, E., Palacios, E. y Villamizar, A. (1997) *Enciclopedia matemática MEGA*. Colombia: Terranova.

Peterson, J. y Hashisaki, J. (1988). *Teoría de la aritmética*. México: Limusa.

Programa internacional para la evaluación de estudiantes o informe PISA. (2010). *La catástrofe de un sistema educativo inoperante*. Español en América. Recuperado de: [http://www.institutodeevaluación.educacion.es] [Consultado: 07/02/2016].

Rodillo, M. (2011). Obstáculos y errores en el aprendizaje de la geometría euclidiana, relacionados con la traducción entre códigos del lenguaje matemático, en el nivel licenciatura. *Acta Latinoamericana de matemática educativa-ALME*, 24, (s/p).

Rodríguez, M. (2010). El papel de la escuela y el docente en el contexto de los cambios devenidos de la praxis del binomio matemática-cotidianidad. *Unión: revista iberoamericana de educación matemática*, 21, (pp. 113-125).

Ruiz, C. (2002). *Instrumentos de investigación educativa*. Lara, Venezuela: Ediciones CIDERG.

Sánchez, R. y Salazar, J. (2005). Olimpiadas Matemáticas en Venezuela, 2000–2004. *Boletín de la asociación matemática venezolana*, XII (1). (s/p).

Saucedo, G. (2007). Reporte de la Tesis Categorización de Errores Algebraicos en alumnos ingresantes a la universidad. *Itinerarios e ducativos N° 2*. (s/p).

Sierra, C. (2004). *Estrategias para la elaboración de un proyecto de investigación*. Aragua, Venezuela: insertos médicos de Venezuela C.A.

Socas, M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico. *Investigación en educación matemática XI*, (pp. 19-52).

Ulloa, R., Nesterova, E. y Yakhno, A. (2011). Lectomatemáticas: problemas de traducción. *Acta Latinoamericana de matemática educativa-ALME*, 24, (pp. 105-114).

Vázquez, F. (2007) *Modernas estrategias para la enseñanza*. México: Ediciones Euroméxico, S.A de C.V.